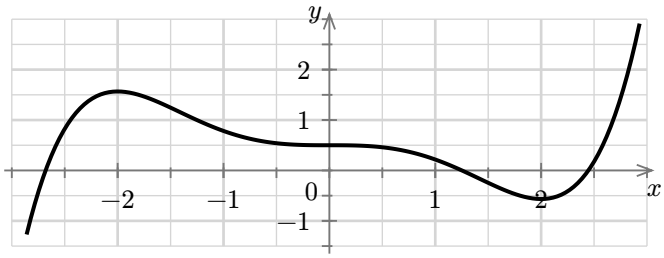
Monotonie und lokale Extrema

A Lokale Extrema und Monotonie

Ausfüllen nach 2.3.3, Strukturierung v a m r



Markiere im Graphen:

- *den **Hochpunkt (HP)** und den **Tiefpunkt (TP)**,*
- *die **Extremstellen** auf der x-Achse,*
- *auf der x-Achse, wo f **streng monoton steigt** und wo f **streng monoton fällt**.*

Bei $x = 0$ verläuft der Graph waagerecht. Liegt dort ein Extrempunkt? Begründe.

Lokales Maximum

f hat an der Stelle x ein **lokales Maximum**, wenn es

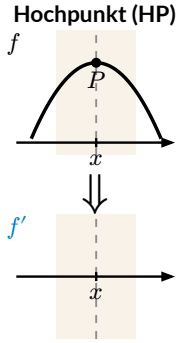
Warum heißt es **lokal**? *Markiere im Graphen und erkläre.*

B Notwendige Bedingung für Extrema

Ausfüllen nach 2.3.4, Strukturierung 1 b u j u

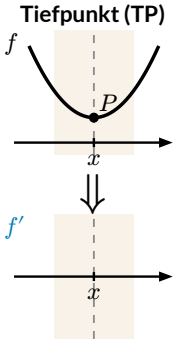
*Skizziere jeweils Graph f' in der markierten Umgebung. Gib in den Tabellen an, ob Graph f **steigt**, waagerecht verläuft oder **fällt** (↗ / → / ↘) und ob f' positiv, null oder negativ ist (+ / 0 / −).*

Hochpunkt (HP)



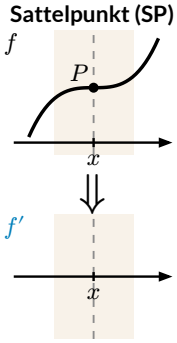
	links	bei x	rechts
f			
f'			

Tiefpunkt (TP)



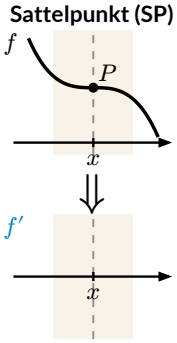
	links	bei x	rechts
f			
f'			

Sattelpunkt (SP)



	links	bei x	rechts
f			
f'			

Sattelpunkt (SP)



	links	bei x	rechts
f			
f'			

Notwendige Bedingung für Extrema

Wenn f an der Stelle x einen Extrempunkt hat, dann

Anschaulich heißt das:

Kritische Stellen und Sattelpunkte

Kritische Stellen sind

Ein **Sattelpunkt** ist

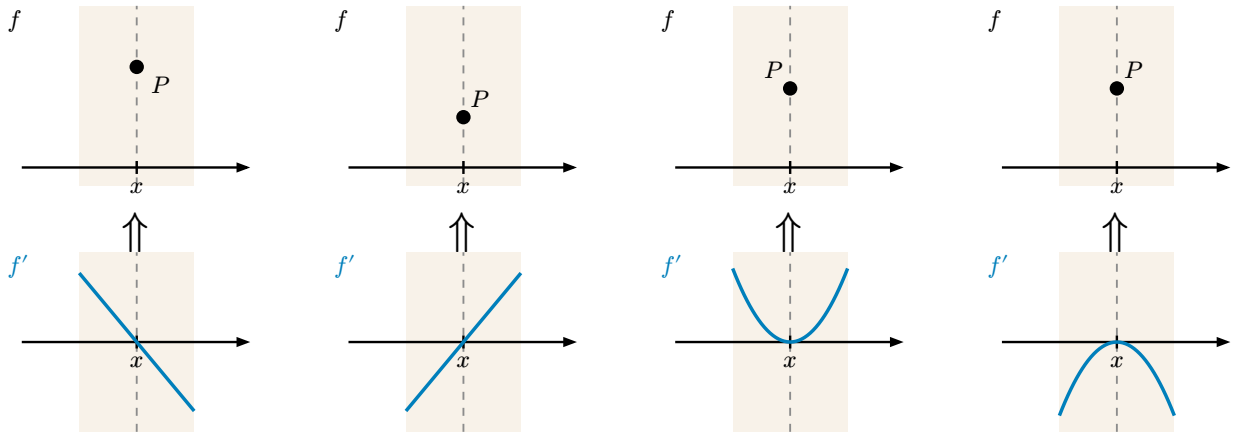
C Hinreichende Bedingung mit Vorzeichenwechsel

Ausfüllen nach 2.3.4, Strukturierung 2 v z b k

Unten ist Graph f' in einer Umgebung von x gegeben, oben nur der Punkt P von Graph f. Skizziere in jeder Spalte Graph f in der Umgebung von P. Notiere darunter …

… den Vorzeichenwechsel (VZW) von f': [+ zu −] / [− zu +] / [keiner]

… die Art des Punktes P: [HP] / [TP] / [SP]



VZW von f':

P ist ein:

VZW von f':

P ist ein:

VZW von f':

P ist ein:

VZW von f':

P ist ein:

Hinreichende Bedingung für Extrema (VZW)

Grundlage: Wenn $f'(x) > 0$ in einem Intervall gilt, dann

Wenn $f'(x) < 0$ in einem Intervall gilt, dann

Präzise: Monotoniesatz

Hinreichend: f hat an der Stelle x einen Hochpunkt, wenn

Formuliere ebenso für Tiefpunkte:

Warum hat f bei einer Nullstelle von f' **ohne** VZW keinen Extrempunkt?

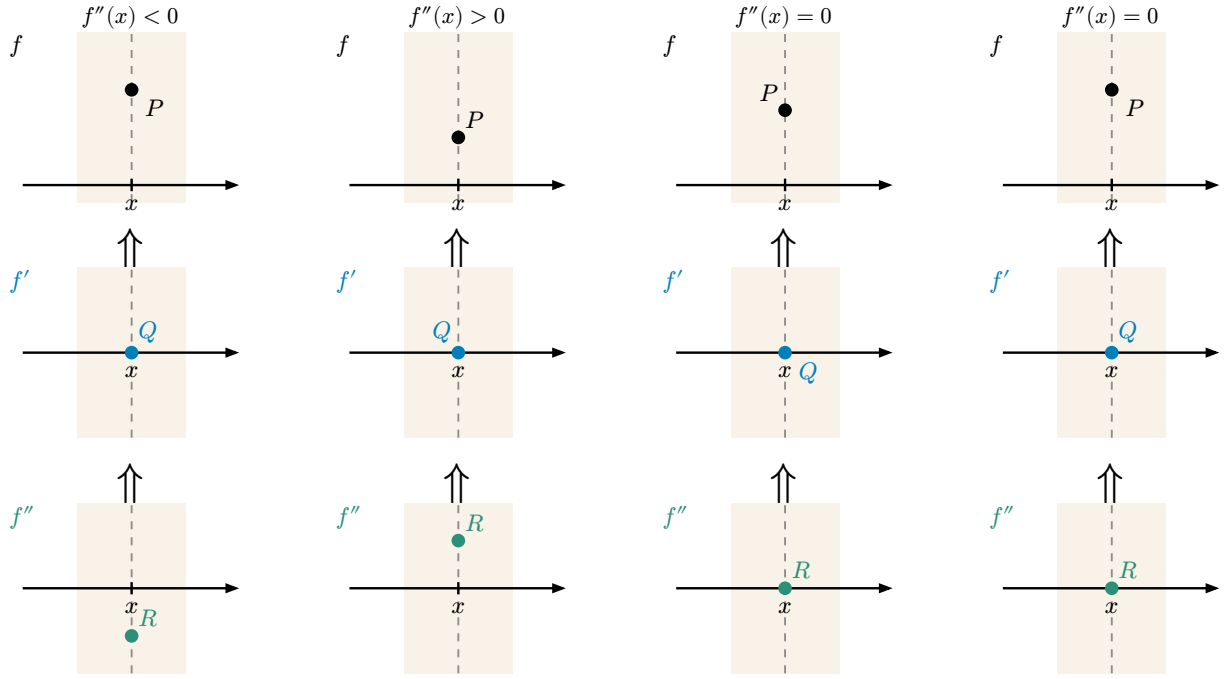
D Hinreichende Bedingung mit zweiter Ableitung

Ausfüllen nach 2.3.4, Strukturierung 3 v j k w

Gegeben sind nur Punkte: R zeigt $f''(x)$, Q zeigt $f'(x) = 0$, P liegt auf Graph f.

1. *Skizziere Graph f' in der Umgebung von Q. Seine Steigung bei x ist $f''(x)$.*
2. *Skizziere dann Graph f in der Umgebung von P.*

Für $f''(x) = 0$ gibt es zwei verschiedene Möglichkeiten (Spalten 3 und 4).



P ist ein:

Krümmung (ab 2.3.5):

P ist ein:

Krümmung (ab 2.3.5):

P ist ein:

Krümmung (ab 2.3.5):

P ist ein:

Krümmung (ab 2.3.5):

Begründung: $f'(x) = 0$ und $f''(x) < 0 \Rightarrow$ Graph f' $\Rightarrow f'$ hat

$\Rightarrow f$ hat

Hinreichende Bedingung für Extrema (zweite Ableitung)

Hinreichend: f hat an der Stelle x einen Hochpunkt, wenn

Formuliere ebenso für Tiefpunkte:

Achtung: Wenn $f'(x) = 0$ und $f''(x) = 0$, dann

Ausweg:

E Beispiel: Extrema bestimmen

Ausfüllen nach Strukturierung 1 bis 3, schrittweise w l n l

Bestimme die Hoch-, Tief- und Sattelpunkte (Graph in Teil A). Ergänze die Rechnung nach jeder Strukturierung.

$$f(x) = \frac{1}{20}x^5 - \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}$$

Mein Vorgehen

Wie bestimmt man Hoch- und Tiefpunkte? *Beschreibe es so, dass es jemand versteht, der gefehlt hat. Begründe jeden Schritt.*

Wann nutzt du den Vorzeichenwechsel, wann die zweite Ableitung?