Rechnen mit Vektoren und Rechengesetze

Wissensspeicher

Rechnen mit Vektoren

Rechenoperation	Beispiel	Verallgemeinerung
Addition	$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -1 \\ -0.5 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix} =$	$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix} =$
Subtraktion	$\begin{pmatrix} 4 \\ -2 \\ 0 \\ 3 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix} =$	
skalare Multiplikation	$0.5 \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ -3 \end{pmatrix} =$ $\begin{pmatrix} 2 \\ 6 \\ -3 \end{pmatrix} \cdot 0.5 =$	

Rechengesetze

Kommutativgesetz
(Vektor + Vektor)

symbolische Darstellung:

$$\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix}$$

Verdeutlichung am Beispiel:

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 4 \\ 4 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} =$$

Rechengesetze

Assoziativgesetz
(Vektor + Vektor) + Vektor

symbolische Darstellung:

$$\left[\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}\right] + \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix} + \left[\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_n \end{pmatrix}\right]$$

Verdeutlichung am Beispiel:

Assoziativgesetz
(Zahl · Zahl) · Vektor

symbolische Darstellung:

$$(r \cdot s) \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix} = r \cdot \left[s \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix}\right]$$

Verdeutlichung am Beispiel:

Rechengesetze

Distributivgesetz
Zahl · (Vektor + Vektor)

symbolische Darstellung:

$$r \cdot \left[\begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix} \right] = r \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}$$

Verdeutlichung am Beispiel:

Distributivgesetz
(Zahl + Zahl) · Vektor

symbolische Darstellung:

$$(r+s) \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix} = r \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_n \end{pmatrix}$$

Verdeutlichung am Beispiel: