Prognose

Wissensspeicher

Bei der Prognose ist die Wahrscheinlichkeit eines Treffers bei einem Zufallsexperiment bekannt. Das Zufallsexperiment soll dann wiederholt durchgeführt werden. Ziel ist es, eine möglichst aussagekräftige Prognose darüber zu machen, wie viele Treffer voraussichtlich eintreten werden.

Statistische Erhebungen

Wird in dieser Situation von der Grundgesamtheit auf eine Stichprobe geschlossen oder andersherum?

. . . .

Ansatz 1 – Punkt-Prognose

Der erste Ansatz wäre es, dass wir für die absolute Häufigkeit – also der Trefferanzahl – eine Schätzung abgeben. Am einfachsten geht das mit dem Erwartungswert:

$$E(X) = \boxed{}.$$

Das eignet sich i.d.R. jedoch nicht, weil . . . .

. . . .

Ansatz 2 – Prognoseintervalle

Besser ist es, dass wir für eine vorgegebene **Sicherheitswahrscheinlichkeit** ein Intervall angeben, in dem die Trefferzahl vermutlich liegen wird.

Beispiel: Bei 120 Würfelwürfen und einer Trefferwahrscheinlichkeit von $p = \frac{1}{6}$ erhalten wir für 90 % Sicherheitswahrscheinlichkeit das **Prognoseintervall** [13,27]. Was bedeutet das?

Wenn wir 100 Versuchsreihen von je 120 Würfelwürfen durchführen, dann wird . . . .

. . . .

Liegt in einer Stichprobe die Trefferzahl außerhalb des Prognoseintervalls, so . . . .

. . . .

Prognoseintervalle kann man experimentell so bestimmen: . . . .

Meist nutzt man schnell einsetzbare Näherungsformeln mithilfe des Erwartungswertes $\mu = E(X)$ (als Mitte des Intervalls) und der Standardabweichung $\sigma = \sigma(X)$.

Voraussetzung für die Näherungsformeln

Die folgenden Formeln setzen die **Laplace-Bedingung** voraus: ____.

Prognoseintervalle für die Trefferanzahl mit σ-Umgebungen

Die betrachteten Intervalle haben alle die Form $[\mu - r\cdot\sigma; \mu + r\cdot\sigma]$, sie liegen also symmetrisch um ____. Für jedes r kann man die zugehörige Wahrscheinlichkeit bestimmen. Man interessiert sich oft für ganzzahlige Werte von r auf der einen Seite oder für runde Wahrscheinlichkeiten auf der anderen Seite.

σ-Intervall	Sicherheits-Wahrsch.
$1\cdot\sigma$	68,3 %
$2\cdot\sigma$	95,5 %
$3\cdot\sigma$	99,7 %

σ-Intervall	Sicherheits-Wahrsch.
____ $\cdot\,\sigma$	90 %
____ $\cdot\,\sigma$	95 %
____ $\cdot\,\sigma$	99 %

Prognose für die relative Häufigkeit

Eine Punkt-Prognose für die erwartete relative Häufigkeit $\frac{X}{n}$ ist naheliegend:

$$E\left(\frac{X}{n}\right) = \text{____}.$$

Die Prognoseintervalle liegen daher symmetrisch um ____.

σ-Intervall	Sicherheits-Wahrsch.
$1\cdot\frac{\sigma}{n}$	68,3 %
$2\cdot\frac{\sigma}{n}$	95,5 %
$3\cdot\frac{\sigma}{n}$	99,7 %

σ-Intervall	Sicherheits-Wahrsch.
____ $\cdot\,\frac{\sigma}{n}$	90 %
____ $\cdot\,\frac{\sigma}{n}$	95 %
____ $\cdot\,\frac{\sigma}{n}$	99 %

Verträglichkeit mit einer Stichprobe

Man kann testen, ob eine Stichprobe zu einer angenommenen Trefferwahrscheinlichkeit p „passt". Liegt die Stichprobe außerhalb des Prognoseintervalls (zu einer bestimmten Sicherheitswahrscheinlichkeit), dann spricht man von einer **signifikanten Abweichung**. Das bedeutet nicht, dass p falsch sein muss, es sind jedoch Zweifel angebracht.
Liegt die Stichprobe innerhalb des Prognoseintervalls nennt man p verträglich mit der Stichprobe. Das bedeutet aber nicht, dass p zwingend richtig ist.
Es gibt keine einheitliche Vorgaben zur Wahl der Sicherheitswahrscheinlichkeit.